الثانية سلك باكالوريا
مسلك العلوم الاقتصادية
مسلك علوم التدبير المحاسباتي

الدالة الأسية

1- تعريف

- الدالة العكسية لدالة اللوغاريتم النبيري تسمى الدالة الأسية النبيرية أو الدالة الأسية ونرمز لها بالرمز exp أو e .

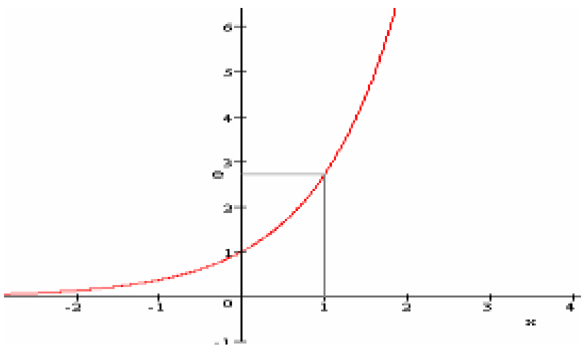
$$\forall x \in \mathbb{R}; \forall y \in]0;+\infty[$$
$$e^x = y \Leftrightarrow x = \ln(y)$$

2- خصائص

$$\forall (x;y) \in \mathbb{R}^2; e^x = e^y \Leftrightarrow x = y$$
$$e^x \prec e^y \Leftrightarrow x \prec y$$
$$\frac{e^x}{e^y} = e^x - e^y$$
$$e^x \cdot e^y = e^{x+y}$$
$$\left(e^x\right)^r = e^{xr}$$
$$\ln e^f = f ; e^0 = 1; e^1 = e; e^{\ln f} = f$$

3- التمثيل المبياني للدالة الاسية

في معلم متعامد ممنظم منحنى الدالة ln و منحنى الدالة e متماثلان بالنسبة للمنصف الأول



4.المشتقة

بما أن دالة $\ln$ قابلة للاشتقاق على $]0;+\infty[$ و مشتقتها لا تنعدم على $]0;+\infty[$ فان الدالة الأسية قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و $(e^x)'=\frac{1}{\ln'(e^x)}=\frac{1}{\frac{1}{e^x}}=e^x \quad \forall x\in\mathbb{R}$

الدالة $x\to e^x$ قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و $(e^x)'=e^x \quad \forall x\in\mathbb{R}$

إذا كانت u قابلة للاشتقاق على مجال I فان الدالة $x\to e^{u(x)}$ قابلة للاشتقاق على I

$$\left[e^{u(x)}\right]'=u'(x)e^{u(x)} \quad \forall x\in I$$

5.النهايات

الدالة e^x : دالة متصلة وتزايدية على $\mathbb{R}$

$$\lim_{+\infty} e^x=+\infty \ ;\lim_{+\infty}\frac{e^x}{x}=+\infty$$

$$\lim_{-\infty} e^x=0 \ ;\lim_{-\infty} xe^x=0$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{e^x-1}{x}=1$$

5 .الدالة الآسية للأساس a

- **لكل $a\in\mathbb{R}^*_+-\{1\}$ الدالة $e^{x\ln a}$ المعرفة على $\mathbb{R}$ تسمى الدالة الآسية للأساس a**
  ونرمز لها ب: $\exp_a$
- **ولكل x من $\mathbb{R}$** $\leftarrow$ $a^x=e^{x\ln a}$ و $a^0=1$ و $a^1=a$
- **جميع خصائص الدالة الآسية النبيرية تبقى صالحة للدالة الآسية ذات الأساس**

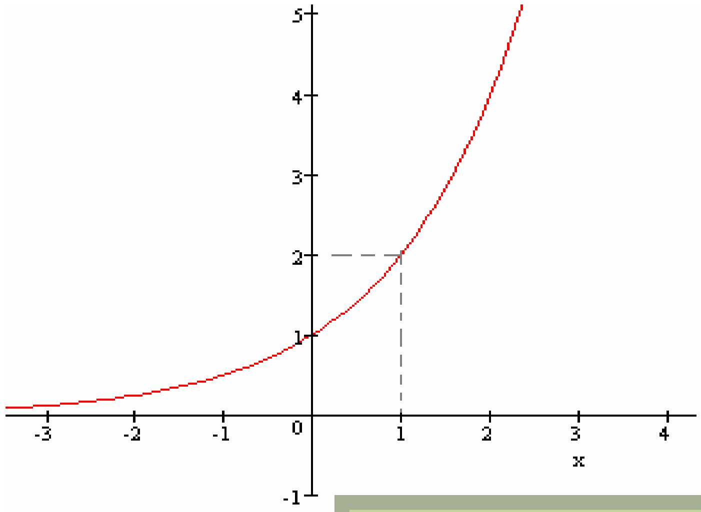
6. دراسة الدالة $x\to a^x$

ليكن $a\in\mathbb{R}^{+*}-\{1\}$

الدالة $x\to a^x$ قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و $(a^x)'=a^x\ln a \quad \forall x\in\mathbb{R}$

الحالـــــــــــة الأولـــــــــــى

اذا كان $a \succ 1$ فان $\ln a \succ 0$ ومنه الدالة $x \to a^x$ تزايدية قطعا على $\mathbb{R}$
و $\lim\limits_{x \to +\infty} a^x = +\infty$ $\lim\limits_{x \to -\infty} a^x = 0$



الحالـــــــــــة الثانـــــــــــية

اذا كان $0 \prec a \prec 1$ فان $\ln a \prec 0$
ومنه الدالة $x \to a^x$ تناقصية قطعا على $\mathbb{R}$
و $\lim\limits_{x \to +\infty} a^x = 0$ $\lim\limits_{x \to -\infty} a^x = +\infty$